

數位化之學習診斷即時分析系統建置與研究

莊宗霖¹ 鄭佩郡² 林原宏³

國立臺中教育大學 數學教育學系

BMA095104@ms3.ntcu.edu.tw

BMA095105@ms3.ntcu.edu.tw

lyh@mail.ntcu.edu.tw

摘要

本文研究主要是發展一個適用於輔助教學的數位化學習診斷即時分析系統，其診斷學生於教學後的學習成效分析，作為實施補救教學和個別輔導的依據。此系統的建置分別以 Sato(1975)提出的學生問題表分析理論(student-problem chart analysis theory, S-P chart)和 Airasian and Bart(1973)提出的次序理論(ordering theory, OT)以及 Warfield(1982)提出的詮釋結構模式(interpretive structural modeling, ISM)等方法作為系統建置的演算法基礎。鑒於 S-P 表具有學習診斷的功能，和次序理論的分析，可找出試題之間的次序性，以及詮釋結構模式分析法，可系統化繪製次序性階層圖表等功能。而本研究將這些理論結合，以數位化實作，期許能夠作為使用者進行學習後的測驗結果分析使用，其分析數據，可當作教師與學生進行補救教學的參考指標，以提高學生的學習成效為目的。

關鍵詞：次序理論、S-P 表、詮釋結構模式、補救教學。

Abstract

This research is to develop the real-time analysis system which is suitable for diagnosis of learning results. According to this analysis of achievement after teaching, we can apply it in remedial instruction and independent assistance. This algorithm integrates student-problem chart analysis theory (Sato, 1975) and ordering theory (Airasian and Bart, 1973) and interpretive structural modeling (Warfield, 1982) as a foundation to establish this system. Because of the function on S-P chart to diagnose the learning and on the ordering theory to find the order between the items and on the interpretive structural modeling, we can draw the hierarchical attribute figures. This research integrates these theories as the implement of computerization for user in order to analyze the sequence of the test after the learning, and the information could be taken as a reference guideline by which the teacher can start the remedial instruction for his student.

Keywords: ordering theory, S-P chart, interpretive structural modeling, remedial instruction

1. 緒論

1.1 研究動機

已往大多數的教學者是以測驗的分數，來評定學習者的學習成就高低，也因而忽略學生於試題作答上，所面臨的學習困難，進而降低學生的學習意願。雖然測驗資料是具有代表學習成果的表徵性，但也需要分析方法能針對測驗作答的反應資料，進一步再予細部分析，從中找尋出更進一步的可用訊息，做為教學者改進其教學、測驗與個別輔導、補救教學的方法，這對於提升教學品質及提高學習者的學習成效有莫大的幫助。

1.2 研究目的

基於此，本研究根據 Sato(1975)提出的 S-P 表分析法，結合 Airasian and Bart(1973)提出的次序理論以及 Warfield(1982)的詮釋結構模式的方法，開發出一套即時分析學生於測驗作答反應資料上的學習診斷分析系統。本系統利用 S-P 表分析法找出該份作答資料的相關訊息指標，以作為學生類型分類，再透過次序理論分析該類型學生的試題次序結構圖，找出學習困難所在處，以幫助教學者瞭解各類型學生的學習差異，而針對不同的學習類型的困難處，給予個別輔導或是補救教學。本系統的建置開發，是希望作為教學者於教學後，一個診斷學生學習狀況，提供補救教學依據指標的系統。

2. 文獻探討

2.1 S-P 表之分析方法

所謂的 S-P 表，就是 student-problem chart(學生問題表)，是由佐藤隆博(Takahiro Sato)於 1975 年提出，此 S-P 表分析技術，是種由試題作答反應資料得到學生的學習診斷資料。此診斷分析資料包括學生及試題的注意係數，此係數指標能讓教師瞭解學生的思考模式、學習類型，以作為教師改進教學與命題及實施個別補救教學之參考指標。S-P 表所關心的是學生在測驗試題上的作答「反應組型」，嘗試以數據化指標作為診斷或判讀該作答反應組型題是否為不尋常(unusual)或異常(aberent)的一種測驗分析方法。而這種方法較適合用於較少人數的班

級之形成性評量(Takeya, 1980 ; Tatsuoka, 1984)的測驗資料分析。

(一) S-P 表製作

- (1) 假設有 N ($i=1,2,\dots,N$) 位學生在 M ($j=1,2,\dots,M$) 個二元計分試題上的作答反應資料矩陣。
- (2) 將學生總分由高而低排列,若遇到總分相同時,則按照未答對試題之答對人數由高而低排列。
- (3) 將試題答對學生人數多寡,由左而右排列,遇人數相同則以未答對之學生總分由小至大排列。
- (4) 由(2)、(3)排列矩陣,令為矩陣 $Y=(y_{ij})_{N \times M}$ 。

(二) 學生注意係數及試題注意係數

由矩陣 Y 得學生注意係數(CS)及試題注意係數(CP)如下:

- (1) 第 i 位學生的注意係數 CS_i

$$CS_i = 1 - \frac{\sum_{j=1}^M (y_{ij})(y_{\cdot j}) - (y_{i\cdot})(u')}{\sum_{j=1}^M y_{\cdot j} - (y_{i\cdot})(u')} \quad (1)$$

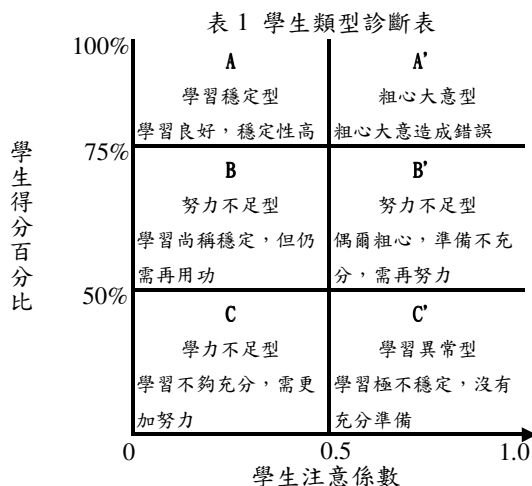
- (2) 第 j 位學生的注意係數 CS_j

$$CP_j = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_{ij})(y_{i\cdot}) - (y_{\cdot j})(u)}{\sum_{i=1}^N y_{i\cdot} - (y_{\cdot j})(u)} \quad (2)$$

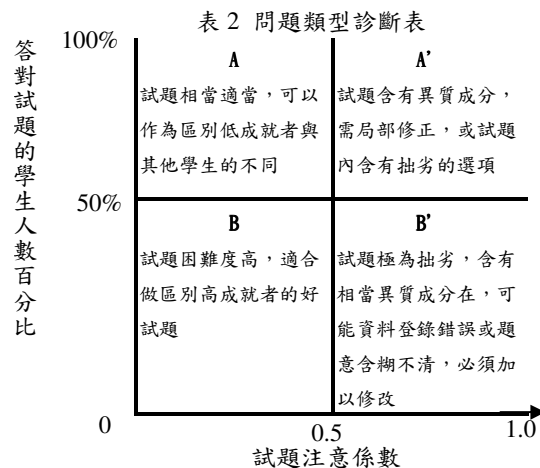
其中 $u' = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M y_{\cdot j}$ 且 $u = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{i\cdot}$ 。

(三) 學生類型及試題類型(Sato & Kurata, 1997)

- (1) 根據學生注意係數及得分百分比可得學生診斷分析表(如表 1 所示)。



- (2) 根據試題注意係數及答對試題學生人數百分比可得試題性質診斷分析表(如表 2 所示)。



2.2 次序理論

在心理計量的相關研究中,次序理論主要應用於衡量兩個試題之間的先備條件(precondition)之次序關係。透過次序理論的分析,可呈現試題的先後順序性(ordering)或試題階層性(item hierarchy)。以二元計分(0 或 1)的試題 i 和試題 j ($i \neq j$) 為例說明,其試題答對(以 1 表示)、答錯(以 0 表示),並且統計試題 i 、 j 對錯的人數可用列表呈現,如表 3 所示(林原宏, 2005)。

表 3 試題 i 和試題 j 的答題人數之列表($i \neq j$)

	試題 j		總和
	1	0	
試題 i	1	n_{11} n_{10}	$n_{1\cdot}$
i	0	n_{01} n_{00}	$n_{0\cdot}$
總和	$n_{\cdot 1}$	$n_{\cdot 0}$	$N = n_{11} + n_{10} + n_{01} + n_{00}$

在 Airasian and Bart (1973)提出的次序計算方法,認為表 1 中試題 i 和試題 j 的組合反應共有 (1,1)、(1,0)、(0,1)、(0,0) 四種,其中以 (0,1) 的組合反應,較不符合「試題 i 為試題 j 的先備條件」之情形(Bart, 1976 ; Bart & Krus, 1973)。因此,根據表 1 的資料,定義 n_{01}/N 且其範圍為 $0 \leq (n_{01}/N) \leq 1$,若 n_{01}/N 愈小,表示試題 i 愈可能為試題 j 的先備條件。因此, Airasian and Bart (1973)以容忍水準(tolerance level) $\mathcal{E}$ ($0 < \mathcal{E} < 1$) 決定試題 i 與試題 j 之間是否有次序關係。而試題 i 與試題 j 的次序關係判定如下:

- (一) 若 $n_{01}/N < \mathcal{E}$, 表示試題 i 為試題 j 的先備條件,意即表示試題 i 與試題 j 有次序關係,且

以線段連結試題 i 和試題 j 。

- (二) 若 $n_{0i}/N \geq \mathcal{E}$ ，表示試題 i 不是試題 j 的先備條件，意即表示試題 i 與試題 j 沒有次序關係，則試題 i 和試題 j 沒有線段連結。

至於 $\mathcal{E}$ 的選定，Bart and Krus(1973)建議容忍水準 $\mathcal{E}$ 可取為 $\mathcal{E}=0.2$ 。但在實證研究中， $\mathcal{E}$ 值可由研究者來決定。

2.3 詮釋結構模式

Warfield(1982)提出詮釋結構模式的分析法，可系統化地表示整體元素之間的階層結構關係。Sato(1987)提出此分析方法於認知結構的研究上。故可作為本系統於次序性階層圖表繪製的架構理論。此分析方法要點為：

- (一) 相鄰矩陣的運算

兩個相鄰矩陣 A 的運算的結果為

$$A^2 = \begin{bmatrix} a_{11}^{(2)} & a_{12}^{(2)} & \cdots & a_{1K}^{(2)} \\ a_{21}^{(2)} & a_{22}^{(2)} & \cdots & a_{2K}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{K1}^{(2)} & a_{K2}^{(2)} & \cdots & a_{KK}^{(2)} \end{bmatrix} = (a_{ij}^{(2)})_{K \times K}$$

A^2 矩陣內的元素用數學式表示如式(1)所示：

$$a_{ij}^{(2)} = \sum_{k=1}^K a_{ik} a_{kj} = a_{i1} \otimes a_{j1} \oplus a_{i2} \otimes a_{j2} \oplus \cdots \oplus a_{iK} \otimes a_{jK} \quad (3)$$

上式(1)中 $\otimes$ 和 $\oplus$ 的運算，定義如下：

$$x \otimes y = \begin{cases} 0 & \text{else} \\ 1 & \text{if } x=1 \text{ and } y=1 \end{cases}$$

$$x \oplus y = \begin{cases} 1 & \text{else} \\ 0 & \text{if } x=0 \text{ and } y=0 \end{cases}$$

- (二) 傳遞閉包 (transitive closure)

定義 $\hat{A} = A \oplus A^2 \oplus A^3 \oplus \cdots \oplus A^p$ ，則矩陣 $\hat{A}$ 稱為傳遞閉包。

- (三) 可到達矩陣 (reachability matrix)

定義 $\hat{A} \oplus I = A \oplus A^2 \oplus A^3 \oplus \cdots \oplus A^p \oplus I = (A \oplus I)^p$ ，其中 I 表示 $K \times K$ 的單位矩陣。把下式矩陣 R 稱為可到達矩陣。

$$R = \hat{A} \oplus I$$

$$= (A \oplus I)^p = A \oplus A^2 \oplus A^3 \oplus \cdots \oplus A^p \oplus I$$

$$= (A \oplus I)^{p+1} = A \oplus A^2 \oplus A^3 \oplus \cdots \oplus A^p \oplus A^{p+1} \oplus I \quad (4)$$

若 $(A \oplus I)^{p+1} = (A \oplus I)^p$ ，此時矩陣即為收

斂，而這矩陣就稱為可到達矩陣 R 。

- (四) ISM 圖的繪製

ISM 分析法，即從原始資料矩陣 A ，經過運算，求得 R 矩陣為止。以 A_1 至 A_5 概念元素為例(Sato, 1987)，而這 5 元素之間的關係，以原始資料矩陣 A 表示如下(林原宏，2005)：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

而經過傳遞閉包運算後，則相對應的可到達矩陣 R 為：

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

為便於繪製 ISM 圖，將矩陣整理如下：

A_k	$R(A_k)$					$M(A_k)$					$R(A_k) \cap M(A_k)$				
A_1	A_1	0	0	0	0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_1	0	0	0	0
A_2	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	0	A_2	0	0	0	0	A_2	0	0	0
A_3	A_1	0	A_3	A_4	A_5	0	A_2	A_3	A_4	0	0	0	A_3	A_4	0
A_4	A_1	0	A_3	A_4	A_5	0	A_2	A_3	A_4	0	0	0	A_3	A_4	0
A_5	A_1	0	0	0	A_5	0	A_2	A_3	A_4	A_5	0	0	0	0	A_5

上矩陣意義為：

- (1) $R(A_k)$ ：是 A 的可到達矩陣 R ，在可到達矩陣中，若元素為 1，則填上表示被指向的元素代號；在可到達矩陣中，若元素為 0，則保持為 0。
- (2) $M(A_k)$ ：矩陣的意義，是從 $R(A_k)$ 而來的， $M(A_k)$ 的每一列，表示指向該元素的所有其它元素。
- (3) $R(A_k) \cap M(A_k)$ ：是 $R(A_k)$ 和 $M(A_k)$ 兩矩陣的交集，兩矩陣相對應位置若同時存在該元素，則填上該元素；否則填上 0。

而繪製圖 1 ISM 圖的方法步驟為：

【步驟一】

針對 $R(A_k)$ 和 $R(A_k) \cap M(A_k)$ 的每一列，找出列相等的元素。在上表中，先找到相對應的第 1 列 A_1 ，則在 $R(A_k)$ 、 $R(A_k) \cap M(A_k)$ 中 A_1 所在的行(column)與列(row)全部刪除，刪除後的列與行則不再比較和尋找。

【步驟二】

以相同方法再找到第5列 A_5 ，以此類推，重覆步驟一再得到 A_3 、 A_4 一組元素和 A_2 元素。

【步驟三】

將找到的元素依序列出高低層次，並參照矩陣 A 中的元素關係，劃上箭頭，完成如圖一所示。而在圖1中 A_3 、 A_4 為同階層元素。

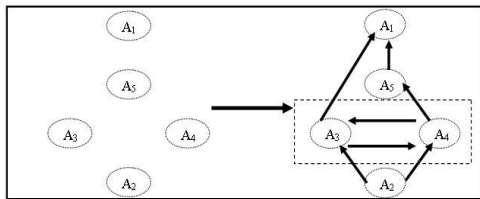


圖1 ISM 圖的繪製

3. 系統設計架構與建置流程

在系統設計與實作研究中，是以 Web Service 三層式(3-tier)的分散式架構來開發建置，目的是為了提高系統的執行效率和資料的運算能力，且以網頁技術 JSP(Java Server Page)程式語言來設計系統操作介面，藉由 Java 程式語言支援跨平台的能力，能讓更多使用者於不同系統平台上來進行使用。而在系統後端的伺服器架設資料庫，用來儲存使用者的驗證資料，以及學習診斷分析的數據資料。

3.1 系統環境與架構

本系統以 Sun Java 語言作為系統開發建置的程式語言，也使用 Java 的 JSP 和 Java Applet 來建置系統介面及繪製次序圖。而相關軟體規格如下所示：

(一) 網頁伺服器端

- (1) 作業系統：Microsoft Windows XP SP2。
- (2) 資料庫管理：Microsoft Office Access 2003。
- (3) 網站伺服器：Apache Tomcat 5.0。

(二) 系統運作原理

其各架構連接關係及運作方式如圖2所示。

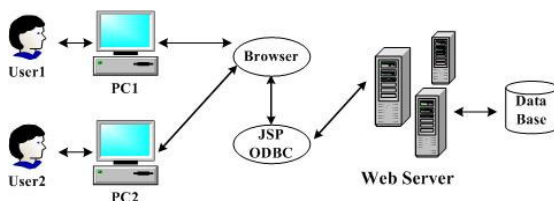


圖2 系統運作架構圖

- (1) 客戶端：使用者以 IE 瀏覽器 (Browser) 來登入系統的操作介面，並也用來檢視 JSP、Java Applet 程式的執行結果。

- (2) 網頁伺服器端：根據 JSP 撰寫的網頁應用程式及資料庫中介軟體 ODBC 的機制所設定的參數來啟動相對應的服務和執行存取資料庫，再將結果以 HTML 格式傳送給 Client 端的瀏覽器。
- (3) 資料庫：用來存放使用者基本資料、及各診斷分析完的數據資料。

3.2 系統操作流程

使用者透過瀏覽器連上本學習診斷分析系統，並且登入使用者的帳號密碼，即可進行此系統的使用，但若尚未申請使用系統的使用者，必須向系統管理員來申請帳號密碼。登入後，於網頁表單上填入教學後測驗的試題作答反應資料（學生數、題目數、作答資料），再次確認資料無誤，即可進行 S-P 表分析，分析完後，再將分析結果傳送 Client 的瀏覽器，其結果包括 S-P 表的製作、差異係數、學生注意係數、問題注意係數、學生類型分類、問題類型分類以及各類型學生的次序圖。同時，系統也會儲存該使用者所填入的資料，以及分析完後的數據結果，方便下次使用。此系統的操作流程如圖所示。

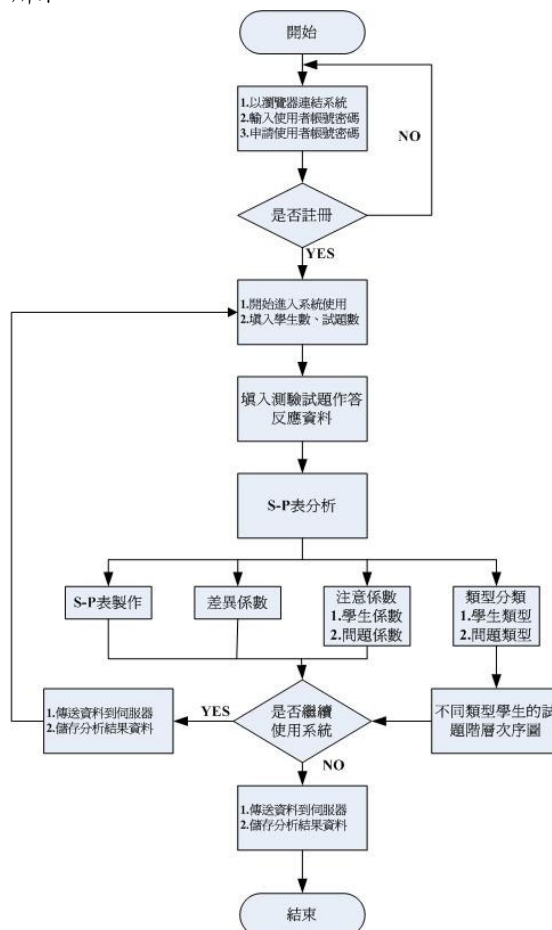


圖3 系統操作流程圖

3.3 舉例說明應用

以表 4 所示二元資料為例(答對者給 1，答錯者給 0)，該資料學生數 15 位、試題數 10 題。

S \ P		試題號碼									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
學生座號	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
	2	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
	3	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
	4	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0
	5	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
	6	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	8	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	9	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
	10	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
	11	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	13	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
	14	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0
	15	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0

上表資料經由本系統的分析結果如下：
差異係數： $D^*=0.658$ 。

- (1) 學生注意係數及診斷分析類型(如圖 4 所示)

學生注意係數				
學生(S)	得分總分	得分百分比	學生的注意係數(CS)	判定類別
S7	10	100.0%	0.0	A
S5	9	90.0%	0.0	A
S9	8	80.0%	0.571	A'
S4	7	70.0%	0.0	B
S10	6	60.0%	0.5	B'
S2	6	60.0%	0.5	B'
S14	5	50.0%	0.0	B
S1	5	50.0%	0.4	B
S13	5	50.0%	0.7	B'
S6	5	50.0%	1.0	B'
S15	4	40.0%	0.4	C
S11	4	40.0%	1.2	C'
S3	3	30.0%	0.333	C
S8	2	20.0%	0.714	C'
S12	1	10.0%	0.25	C

圖 4 學生注意係數及診斷分析圖

- (2) 問題注意係數及診斷分析類型(如圖 5 所示)

試題注意係數				
試題(P)	答對人數	答對率	問題的注意係數(CP)	判定類別
P2	12	80.0%	0.1	A
P3	11	73.33%	0.353	A
P7	10	66.66%	0.553	A'
P4	9	60.0%	0.154	A
P9	8	53.33%	0.15	A
P1	8	53.33%	0.75	A'
P6	7	46.66%	0.0	B
P5	6	40.0%	0.286	B
P10	5	33.33%	0.375	B
P8	4	26.66%	0.553	B'

圖 5 問題注意係數及診斷分析圖

- (3) 學生學習類型次序結構分析圖(如圖 6 至圖 11 所示)。閾值 $\varepsilon=0.2$ 。

A 類型

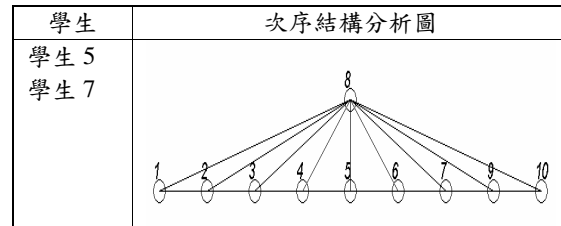


圖 6 A 類型次序結構分析圖

A' 類型

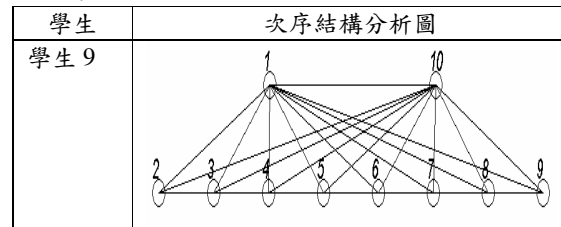


圖 7 A' 類型次序結構分析圖

B 類型

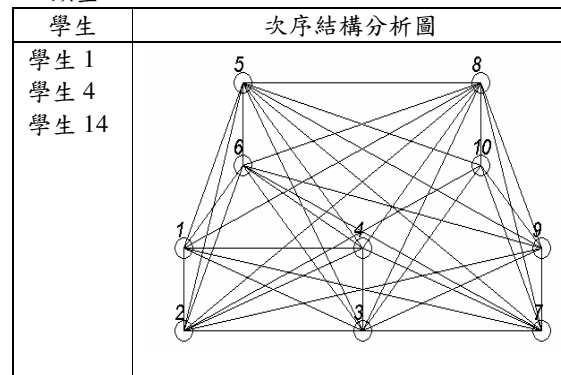


圖 8 B 類型次序結構分析圖

B' 類型

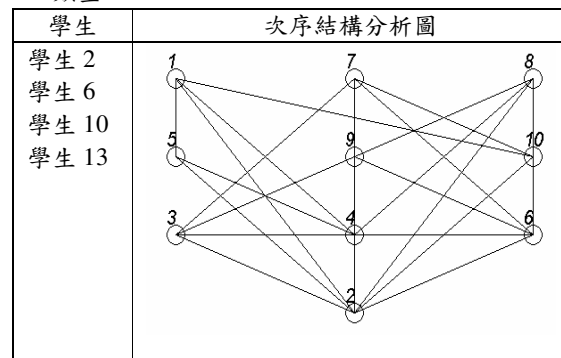


圖 9 B' 類型次序結構分析圖

C 類型

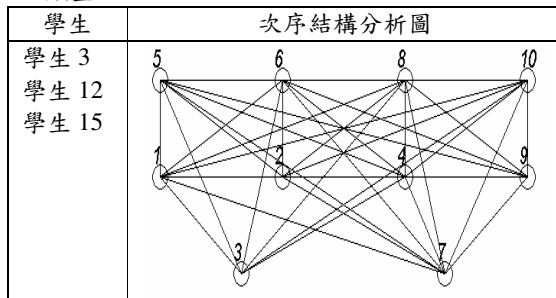


圖 10 C 類型次序結構分析圖

C' 類型

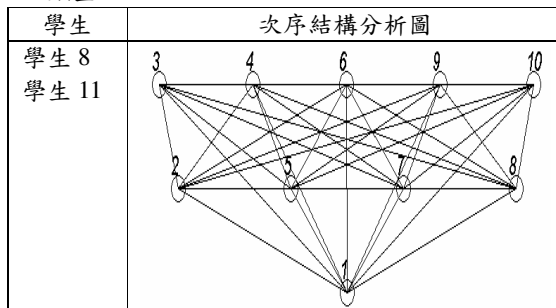


圖 11 C' 類型次序結構分析圖

4. 結論與未來發展

目前本學習診斷分析系統已建置完成，也藉由 Internet 的特性，能讓更多使用者隨時(any time)隨地(any where)登入本系統使用，不在受限於取得資源分享的問題。

本系統預期提供給學校教師來使用。教師可透過系統診斷分析的訊息指標，瞭解學生的學習類型所在以及次序結構圖，再針對各種類型的學生進行補救教學或其他輔導的措施，以加強學生的學習信心，進而提高學習成效。

參考文獻

- [1] 古松民(2001)。線上適性測驗系統。資訊與教育雜誌，84，61~69。
- [2] 何英奇(1989)。精熟學習策略配合微電腦化 S-P 表分析診斷對學生學習效果的實驗研究。教育心理學報，22，191~214。
- [3] 陳敏彥、林原宏(2007)。應用 S-P 表與次序理論分析原住民學生在分數乘法之認知診斷。2007 年原住民學生數理科教/學理論與實務學術研討會。
- [4] 林原宏(2005)。次序理論。教育研究月刊，134，142~143。
- [5] 林原宏、黃國榮(2006)。次序理論及 OT 軟體。國立臺中教育大學。臺中市。

- [6] 許天維、林原宏(1994)。詮釋結構模式 (Interpretive Structural Modeling) 的理論與應用簡介。國教輔導，34(1)，31~35。
- [7] 余民寧(1997)。教育測驗與評量-成就測驗與教學評量。臺北市。心理出版社。
- [8] P. W. Airasian & W. M. Bart, "Ordering theory: A new and useful measurement model," Educational Technology, May, 50-60.
- [9] J. N. Warfield, "Interpretive structural modeling," In S. A. Olsen (Ed.), Group planning & problem solving methods in engineering, PP.155-201, New York: Wiley, 1982.
- [10] W. M. Bart & D. J. Krus, "An ordering-theoretic method to determine hierarchies among items," Educational and Psychological Measurement, 33, 291-300, 1973.
- [11] W. M. Bart, "Some results of ordering theory for Guttman scaling," Educational and Psychological Measurement, 36, 141-148.
- [12] M. Takeya, "Construction and utilization of item relational structure graphs for use in test analysis," Japan Journal of Educational Technology, 5, 93-103, 1980.
- [13] K. K. Tatsuoaka, "Caution indices based on item response theory," Psychometrika, 49, 95-110, 1984.
- [14] T. Sato, "The S-P chart and the caution index," NEC Educational Information Bulletin, Vol.80-1, 1980.
- [15] T. Sato & M. Kurata, "Basic S-P score table characteristics," NEC Research and Development, 47, 64-71, 1997.